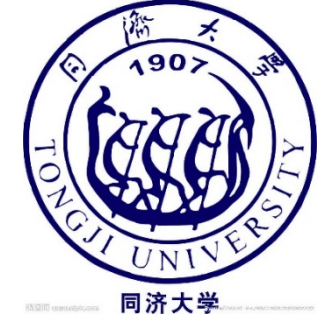




波现象与智能反演成像研究组



基于信息的、定量的地震波成像

报告人：王华忠

波现象与智能反演成像研究组 (WPI)

同济大学海洋与地球科学学院，上海

2022年09月01日

目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论

◆一、概述

◆油气地震勘探最终目的：

◆精确地描述油气藏，进行准确的含油气性分析，做出最佳的钻井决策，得到最高的油气勘探效益。

◆油气地震勘探核心问题：

◆由叠前地震数据及其它相关的先验信息，进行宽波数带的弹性参数估计（或称广义的高精度地震波成像），与岩石物理知识结合，进行精确的油气藏描述和准确的含油气性评价。

◆一、概述

◆宽波数带的弹性参数估计问题：

- ◆基于叠前地震数据和待估计参数的先验信息，基于地震波理论和波动方程（及其各种简化形式），基于Bayes参数估计理论，一个信息不足情形下的（强）非线性反问题（系统参数反演问题）。

◆油藏描述问题：

- ◆宽波数带的弹性参数估计+井数据+油气地质学+岩石物理学 ➡ 油藏描述+含油气性评价
- ◆一个基于信息综合的最佳决策问题。

一、概述



最佳判决

信息提取

层位、断层、
特殊地质体、
地震相
现代图像识别或ML/AI

利用波场中波现象同相轴的到达时信息
PSTM/PSDM/RTM

利用波场中波现象同相轴的振幅信息
广义的FWI/真振幅-RTM/宽带波阻抗建
模
AVA/AVO反演/1D波阻抗反演

利用波场中波现象同相轴的振幅信息
属性分析(WT、时频分析、PCA/ICA)

偏移成像剖面

角度反射系数道集
宽带波阻抗剖面

岩石物理、测井、地质信
息综合
空间数据分析/融合/同化
ML/AL

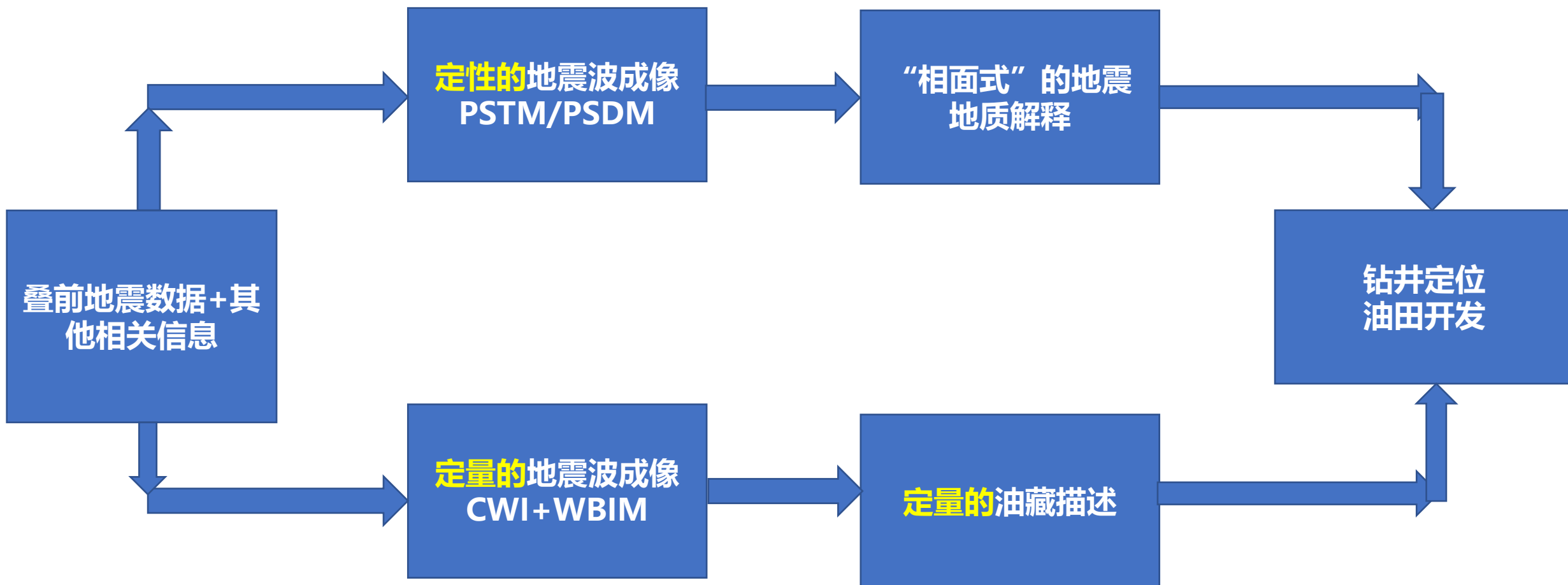
油藏的岩性参数
估计

油藏的定位
油藏的几何形态刻画

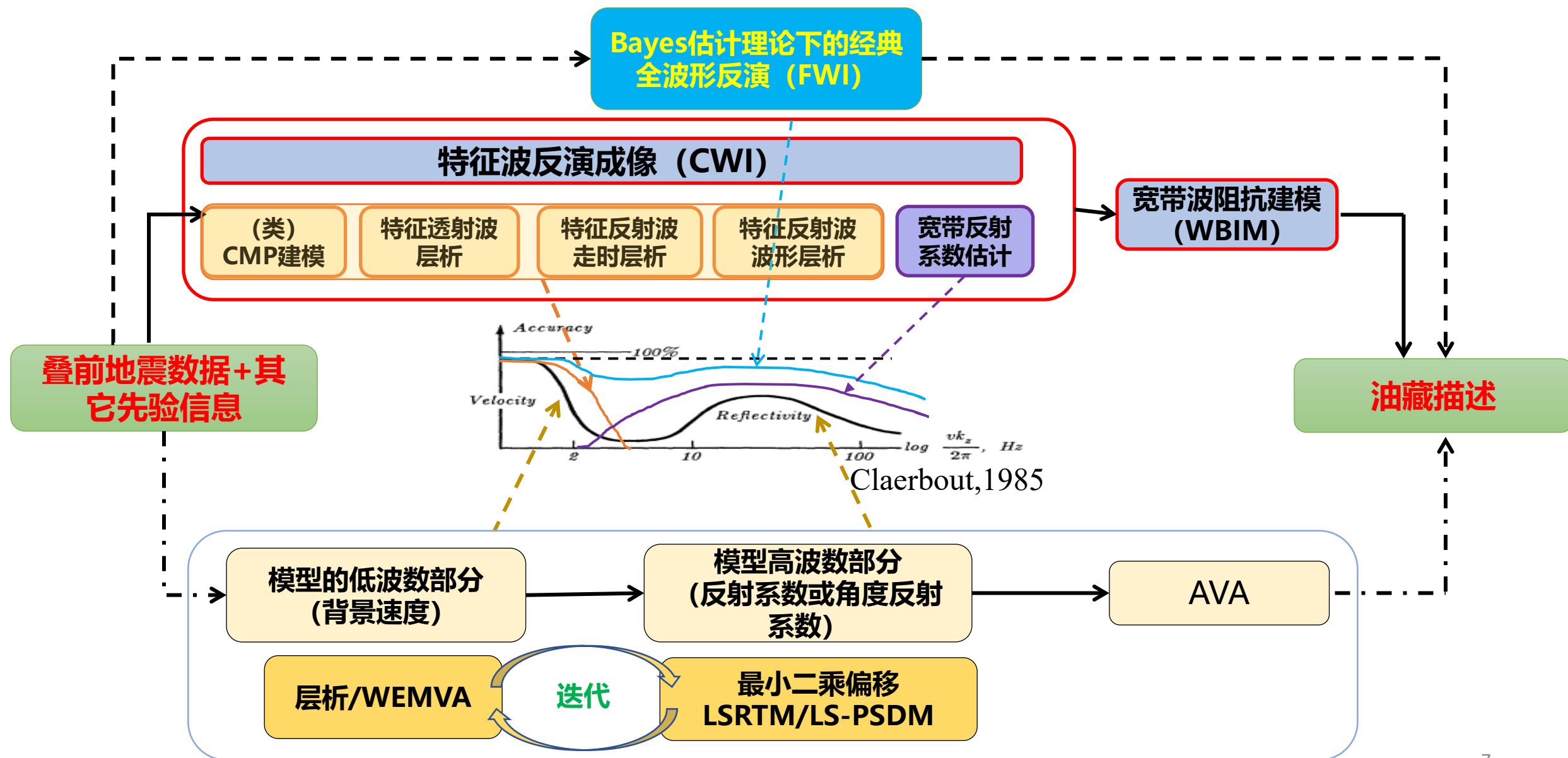
油藏的弹性参数估计

油气勘探的最终目标
油藏描述/含油气性评价

一、概述



一、概述



目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论

◆二、定量的地震波成像

- ◆理论上，地震波成像归结为线性化的反演过程。即便Hessian矩阵退化为单位阵的Migration，也是精度降低的、定量的反演成像。
- ◆但是，理论上的、定量的地震波成像存在一个基本假设：正问题能准确解释实测数据（波场）。
- ◆实际勘探地震中，即便是弹性波方程（甚至更复杂的波动方程）也不能描述震源的激发和检波器的接收过程。无论什么样的弹性波方程都不涉及震源机制和检波器机制的描述。因此，地震波成像正问题是不能准确解释实测数据的。这是地震波成像不能很好的定量化的最根本原因。
- ◆失去了定量化的地震波反演成像，定量的储层描述根本不可能。

◆二、定量的地震波成像

- ◆我们不可能通过处处钻井+岩心定量分析进行储层的定量描述。
- ◆储层的定量化描述一定是把物性参数（弹性参数、电性参数、磁性参数等），借助岩石物理，转化为岩性参数（孔隙度、渗透率、饱和度等等）。
- ◆并利用钻井的测井结果、岩样分析结果，验证上述定量的弹性参数和岩性参数的“正确性”。

◆二、定量的地震波成像

◆定量的弹性参数估计（反演成像）是定量的储层描述的基础资料。Bayes理论下的FWI是定量的弹性参数估计（反演成像）最具代表性的理论方法。

◆数学上，FWI仅仅解了一个无约束的局部线性的反演问题。基本数学框架如下：

◆非线性方程： $F(\mathbf{m}) \approx 0 \Leftarrow F(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs} \approx 0$

◆转化为变分问题： $\varphi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} F^T(\mathbf{m}) F(\mathbf{m})$

◆Gauss-Newton解法： $\nabla \varphi(\mathbf{m}) = [F'(\mathbf{m})]^T F(\mathbf{m}) = 0 \Leftarrow F(\mathbf{m}) \approx F(\mathbf{m}^k) + [F'(\mathbf{m}^k)](\mathbf{m} - \mathbf{m}^k)$

$$[F'(\mathbf{m}^k)]^T \{F(\mathbf{m}^k) + [F'(\mathbf{m}^k)](\mathbf{m} - \mathbf{m}^k)\} = 0 \Rightarrow \mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k - \left\{ [F'(\mathbf{m}^k)]^T [F'(\mathbf{m}^k)] \right\}^{-1} [F'(\mathbf{m}^k)]^T F(\mathbf{m}^k)$$

◆全Newton解法： $\mathcal{Q}(\mathbf{m}) \approx \varphi(\mathbf{m}^k) + \nabla \varphi(\mathbf{m}^k)(\mathbf{m} - \mathbf{m}^k) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{m}^2} \bigg|_{\mathbf{m}^k} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^k)^2$

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \mathbf{m}} = 0 \Rightarrow \mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k - \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{m}^2} \bigg|_{\mathbf{m}^k} \right]^{-1} \nabla \varphi(\mathbf{m}^k)$$

◆二、定量的地震波成像

◆无约束局部线性反问题的数值解法的基本思想：

◆Gauss-Newton解法中，非线性正问题在 m^k 处用线性的超平面

◆ $L(m) \approx F(m^k) + [F'(m^k)](m - m^k)$ 来代替。典型的局部点上以直代曲的思想。

◆全Newton解法中，在 m^k 点处，用误差泛函 $\varphi(m) = \frac{1}{2} F^T(m) F(m)$ 的二阶Taylor展开代替。用 $\mathcal{Q}(m)$ 的近似解作为 $\varphi(m) = \frac{1}{2} F^T(m) F(m)$ 在 m^k 点附近的局部近似解。在 m^k 点处的Hessian矩阵 $\left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial m^2} \right|_{m^k}$ 是正定对称时， $\mathcal{Q}(m)$ 是二次型函数，对应它的正问题是线性的！

◆全Newton解法本质上是在迭代求解一个无约束的局部凸二次优化问题。

◆二、定量的地震波成像

◆地震波成像问题从来不是一个纯数学问题，不能指望一个迭代算法能由初值出发自动收敛到“宽波数带的反演结果”上。

◆到底问题出在哪里？

◆1、正问题

◆不能正确地描述对应的真实的物理过程

◆2、叠前数据

◆数据不完全且受噪声污染

◆3、先验信息

◆主要是不能提高满足局部线性化要求的初始值

◆迭代的FWI不可能自动地由低波数成分到高波数成分，逐渐地随迭代次数的增加收敛到合理的结果上。

更本质地，宽带参数估计本身是一个强非线性问题。
目前，不存在解决强非线性问题的算法。
因此说，地震波成像不是一个纯数学问题。
解决实际问题，靠的不是“好”算法，而是好方案。



◆二、定量的地震波成像

◆针对实际数据，定量的地震波成像的合理路线

◆1、基于走时的地震波低波数速度分量的估计

- ◆波的走时与子波形态有关，但子波形态对走时测量的影响所导致的对背景速度估计结果的影响，对于低波数速度分量的估计而言，不应是很大的。
- ◆基于走时的层析速度反演得到是定量的结果。与介质速度等量级！
- ◆若进一步提高低波数速度分量的估计精度，首先要引入的先验信息是速度场的结构信息。
- ◆反射界面的深度位置（而不是反射界面的反射系数值）对低波数速度分量的估计精度影响是明显的。

◆二、定量的地震波成像

◆针对实际数据，定量的地震波成像的合理路线

◆2、基于同相轴振幅的地震波速度扰动分量（或反射系数）的估计

- ◆常规的PSTM/PSDM, $I_{mig}(\mathbf{x}) = L^T \mathbf{d}^{obs} = \int_{\omega} U_s(\mathbf{x}_s, \omega; \mathbf{x}) U_R(\mathbf{x}_R, \omega; \mathbf{x}) d\omega$, 这只能给出定性的成像结果。成像结果的反射系数量级与地下介质反射系数会非常不同!
- ◆基于常规的PSTM/PSDM, 必须最好地表一致性校正、球面扩散校正、吸收衰减校正, 能得到保真的成像结果。
 - ◆此时, 成像结果 (幅值变化) 与地震反射系数有 (应该有) 一致性关系。
- ◆LS_RTM/LS_PSDM, $I_{mig}(\mathbf{x}) = (L^T L)^{-1} L^T \mathbf{d}^{obs}$, 在Inversion Crime意义下, 能给出定量的反演结果。
- ◆但实际数据情况下, LS_RTM/LS_PSDM依然不能收敛到 “正确的” 解。

◆二、定量的地震波成像

◆针对实际数据，定量的地震波成像的合理路线

◆2、基于同相轴振幅的地震波速度扰动分量（或反射系数）的估计

◆LS_RTM本质上是满足正问题线性化假设（Born近似假设）时的FWI。
同样存在影响FWI不收敛的那些问题。

◆影响振幅的因素，即便剥离掉前述三项，也不仅仅是速度扰动引起的。

◆可见，实际数据情况下，地震波速度扰动分量（或反射系数）的估计很难做到，才是定量的地震波成像难以实现的真正障碍。



我对FWI_Imaging
的实用前景非常不
乐观!

◆二、定量的地震波成像

◆针对实际数据，定量的地震波成像的合理路线

◆3、再议对FWI_Imaging(全频带FWI)的评价

- ◆FWI_Imaging的核心是FWI迭代过程中，剥离“兔子耳朵”脉冲响应和偏移脉冲响应，分别预处理后，加到迭代结果上。
- ◆这样做的确强化了迭代的收敛性。
- ◆本质上，FWI_Imaging是在寻找一种途径实现 $\text{FWI} = \text{Tomography} + \text{LS_RTM}$ 的认识。
- ◆存在的问题是： 其中的Tomography阶段很难施加有用的先验信息；两种梯度的剥离做不到很干净； 其中的LS_RTM阶段同样很难加入先验信息，对数据预处理的要求更高（地表一致性、多次波、数据规则化等）； 很难保证自动收敛。

◆二、定量的地震波成像

◆针对实际数据，定量的地震波成像的合理路线

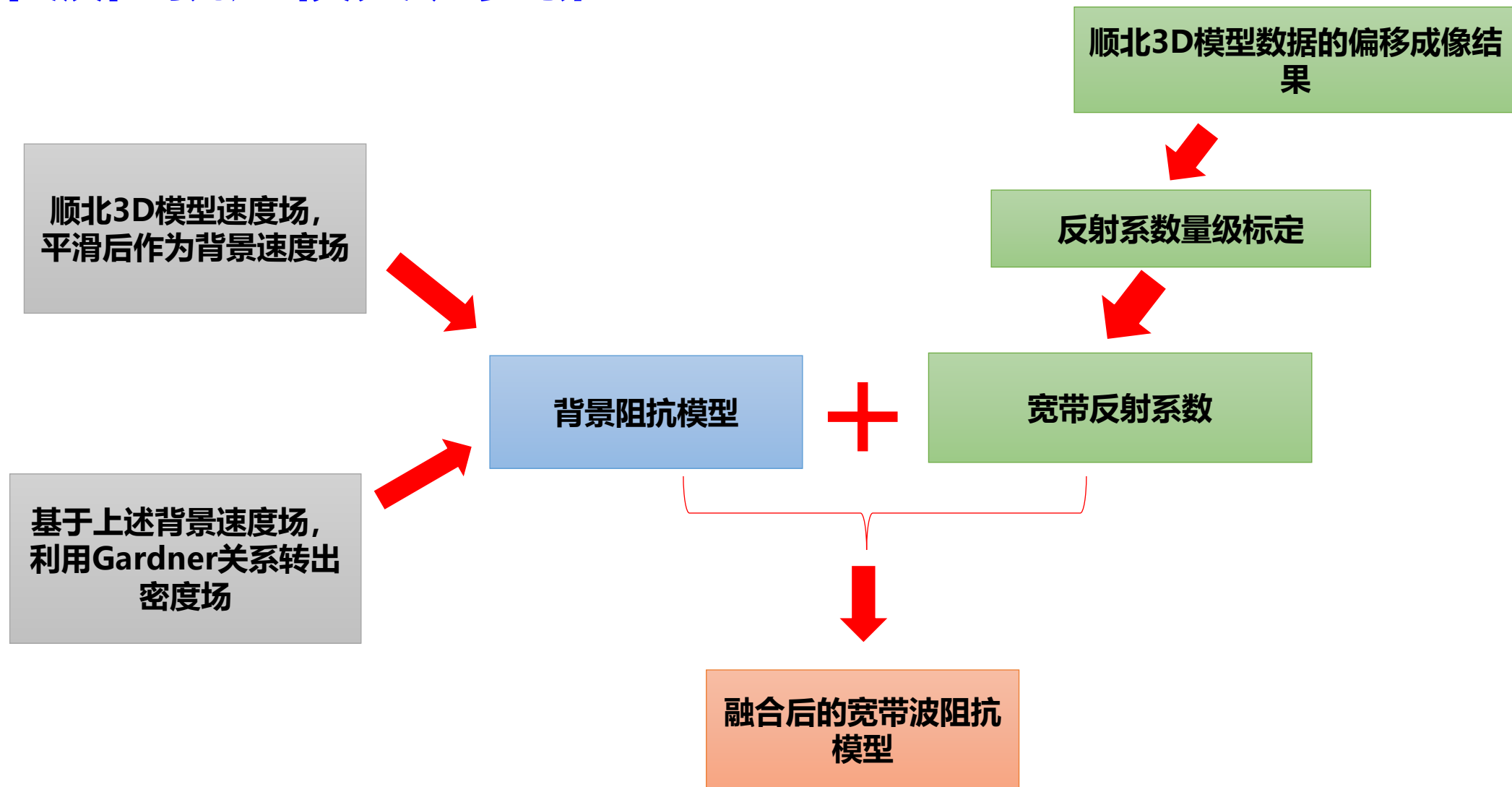
◆4、实用化的定量地震波成像---CWI+WBIM

- ◆地表一致性处理
- ◆吸收衰减补偿
- ◆高精度速度建模
- ◆保真的地震波成像
- ◆井震反射系数标定
- ◆宽带反射系数估计
- ◆信息融合的宽带波阻抗建模
- ◆定量的油藏描述---如何把宽带波阻抗映射成储层参数?

各种各样的岩石物理关系!

◆二、定量的地震波成像

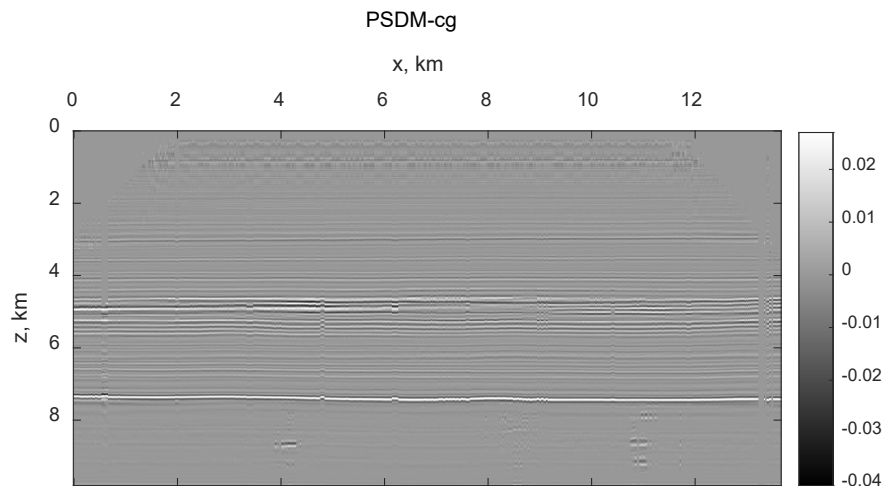
◆宽带波阻抗建模关键步骤



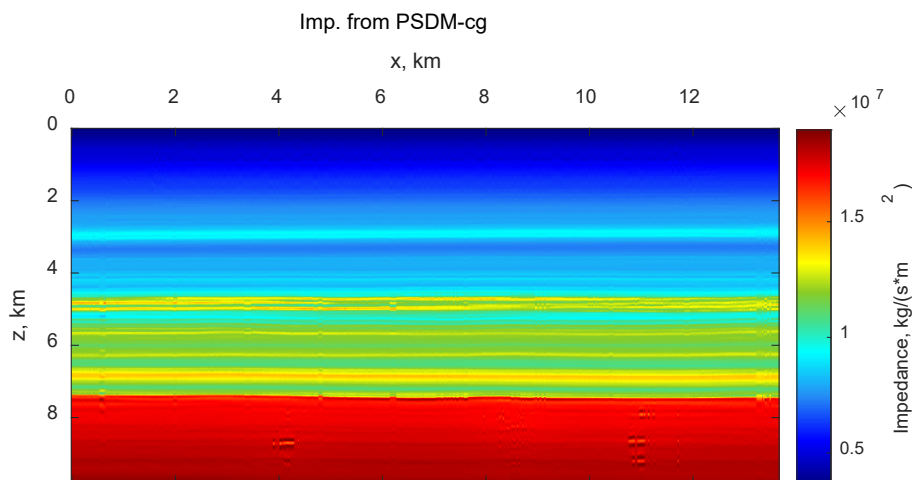
◆二、定量的地震波成像

◆宽带波阻抗建模结果

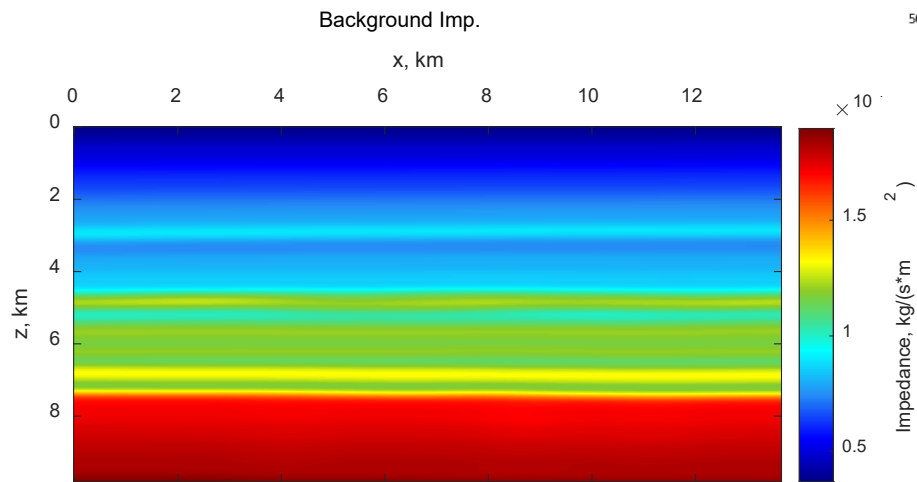
PSDM-cg
成像标定
结果



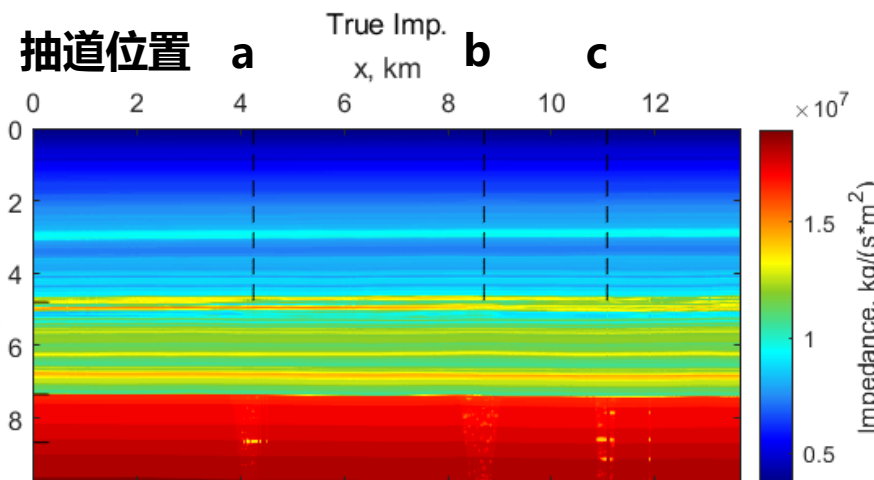
反演结果



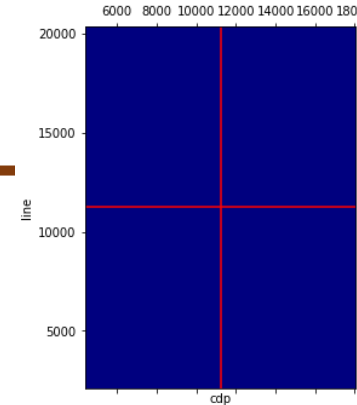
抽线位置



背景阻抗
高斯平滑,
平滑半径
375m

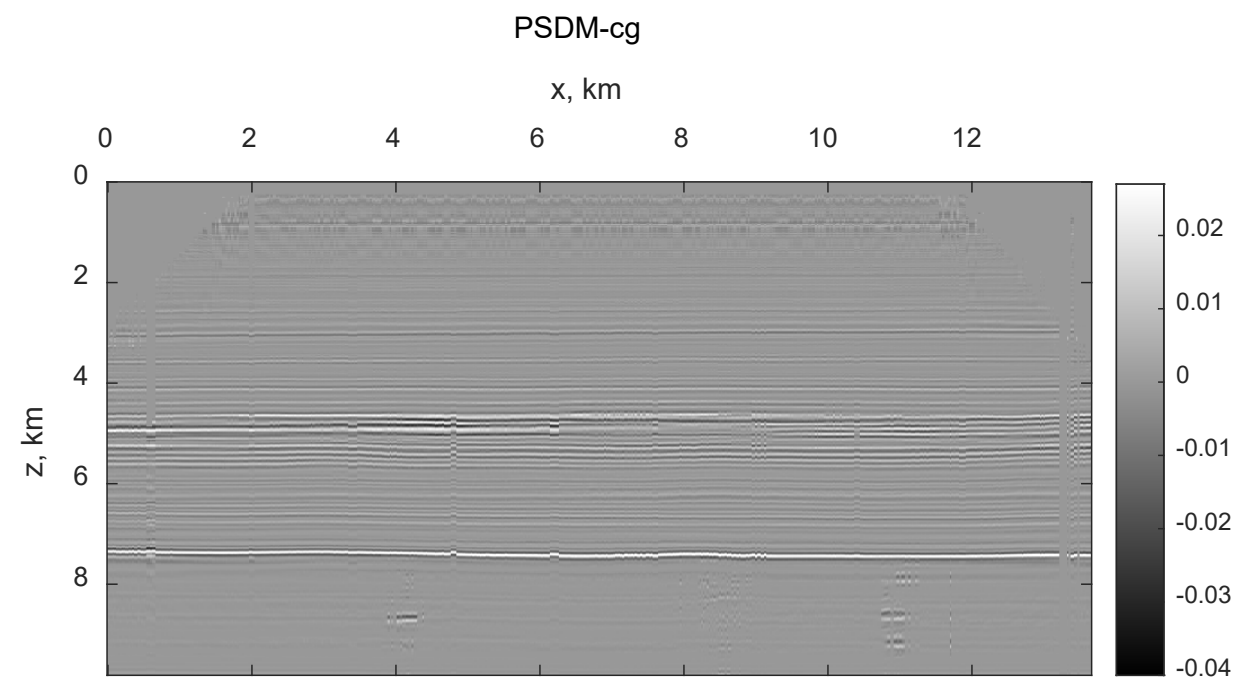


真实阻抗

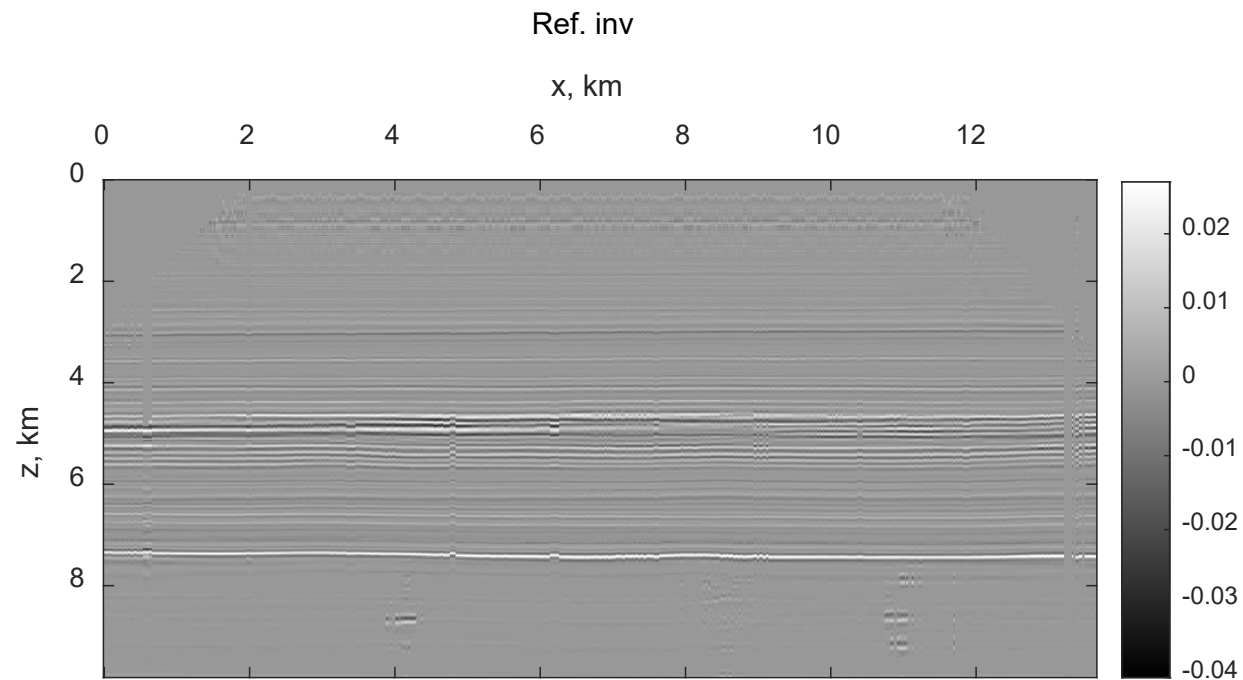


◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果



井标定后的成像结果

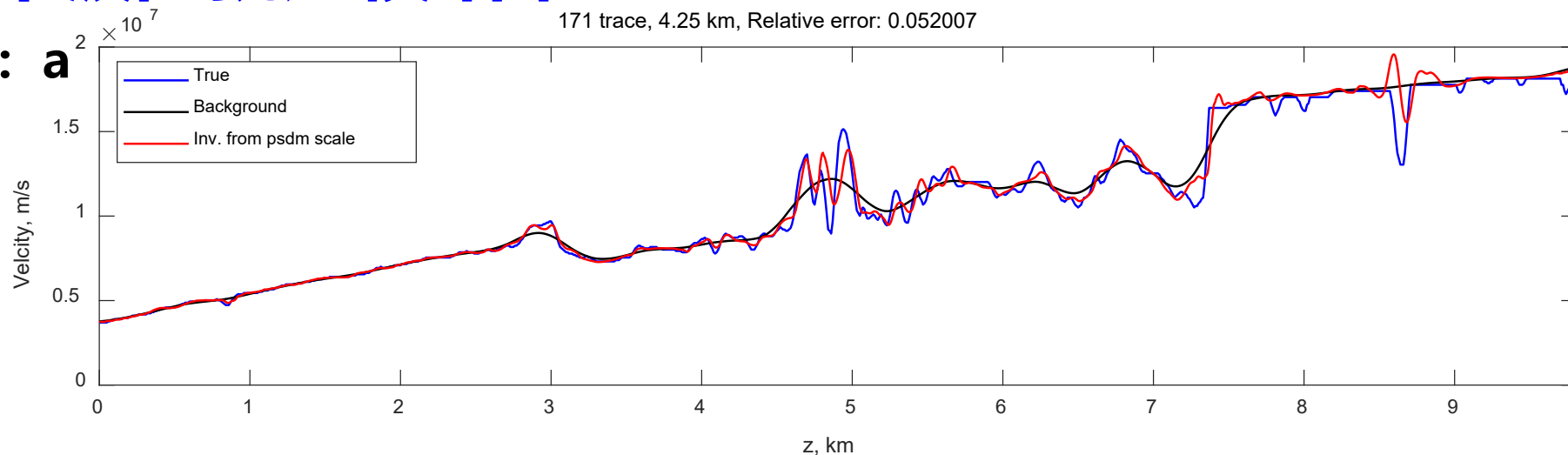


稀疏提升后的宽带反射系数

◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果

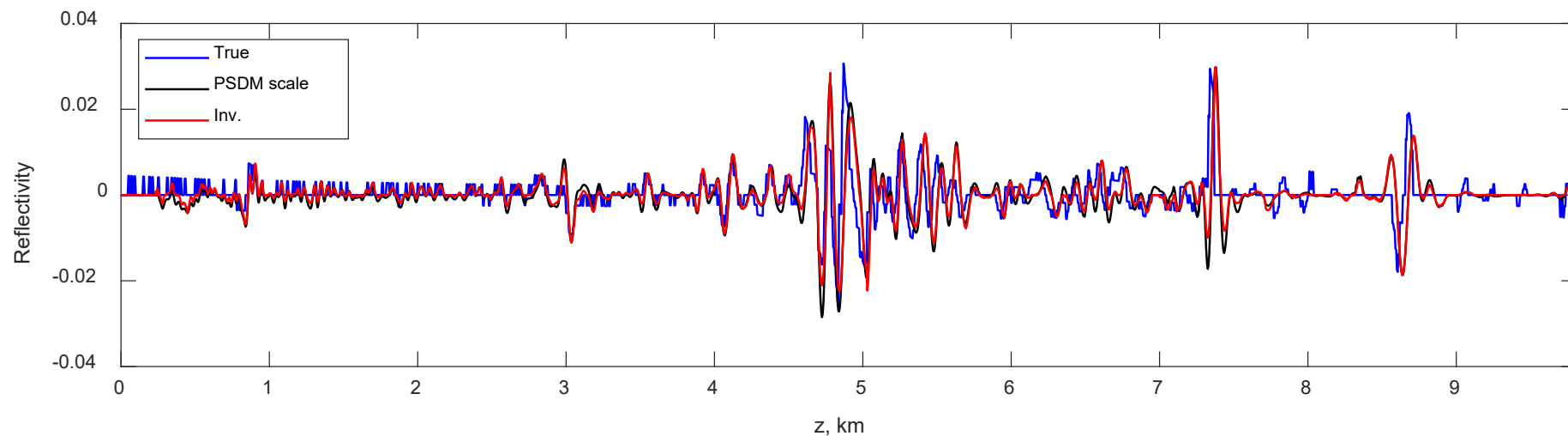
道位置: a



红色: 反演阻抗;

黑色: 背景阻抗;

蓝色: 真实阻抗。



红色: 反演反射系数;

黑色: 输入反射系数;

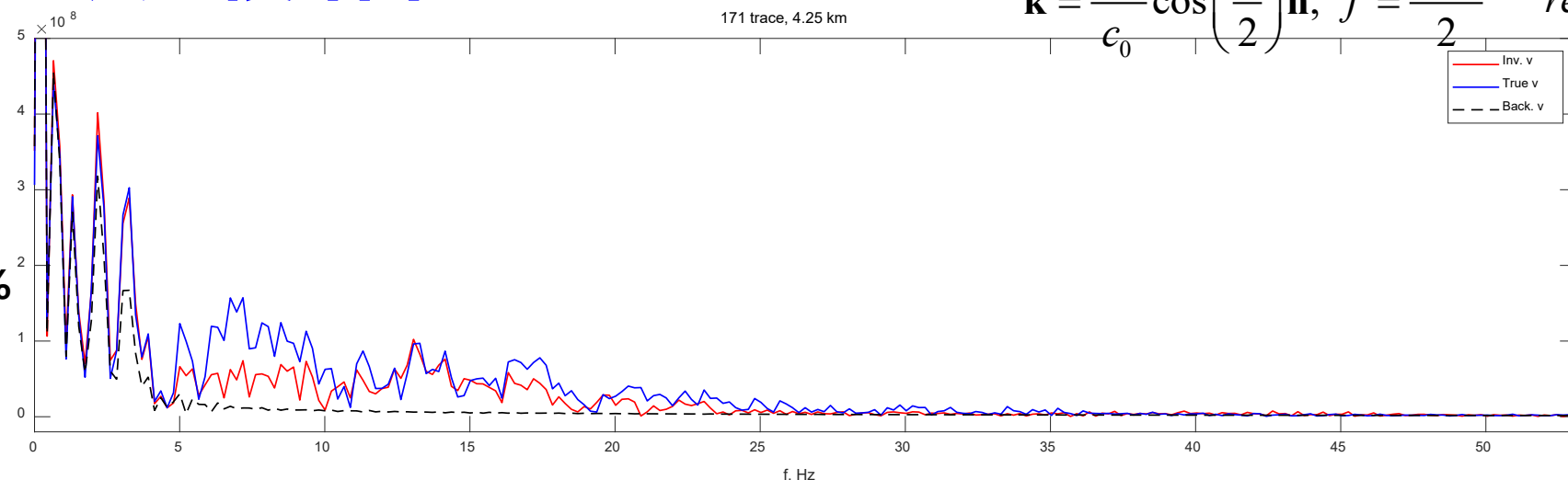
蓝色: 真实反射系数。

◆二、定量的地震波成像

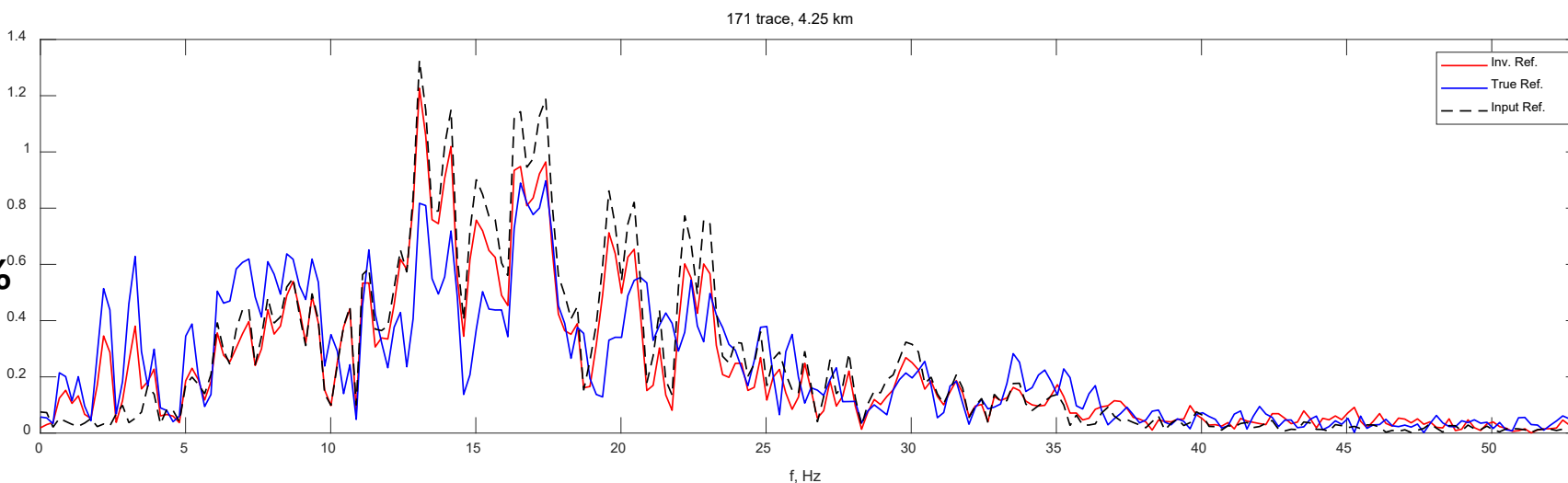
◆ 宽带波阻抗建模结果

道位置: a

分辨率:
背景72.1519%,
反演85.5242%,
提高了13.3722%



分辨率:
背景44.033%,
反演56.3333%,
提高了12.3003%



频率计算公式:

$$\mathbf{k} = \frac{2f}{c_0} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathbf{n}, \quad f = \frac{k_z c_0}{2}$$

分辨率计算公式:

$$res. = 1 - \frac{\|\mathbf{s} - \mathbf{s}_{true}\|}{\|\mathbf{s}_{true}\|}$$

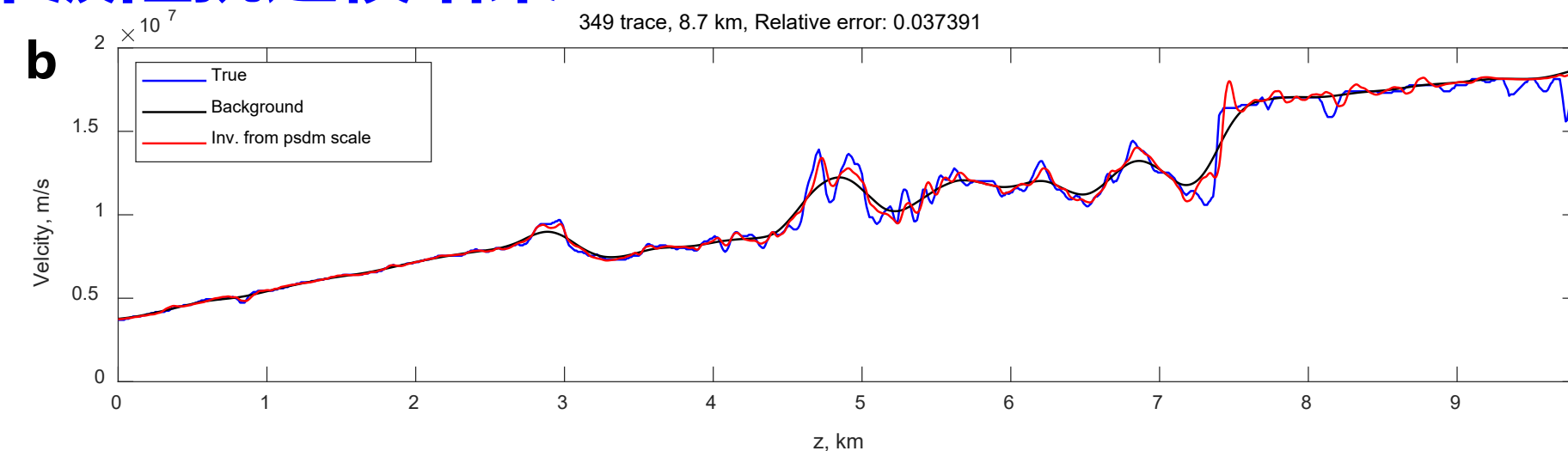
红色: 反演阻抗幅度谱;
黑色: 背景阻抗幅度谱;
蓝色: 真实阻抗幅度谱

红色: 反演反射系数幅度谱;
黑色: 输入反射系数幅度谱;
蓝色: 真实反射系数幅度谱

◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果

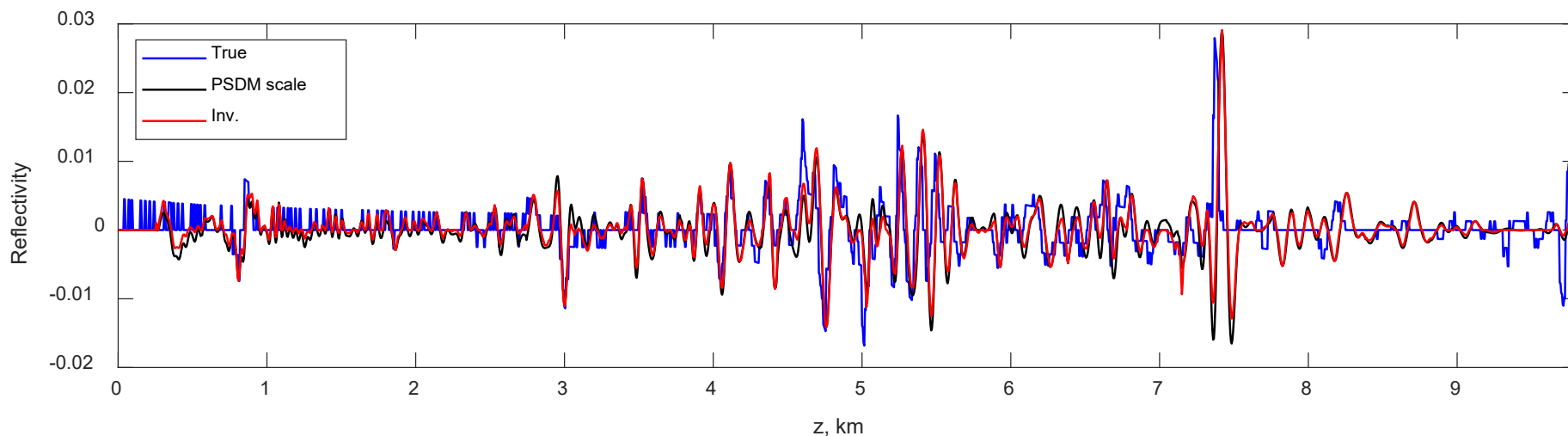
道位置: b



红色线: 反演阻抗;

黑色线: 背景阻抗;

蓝色线: 真实阻抗



红色线: 反演反射系数;

黑色线: 输入反射系数;

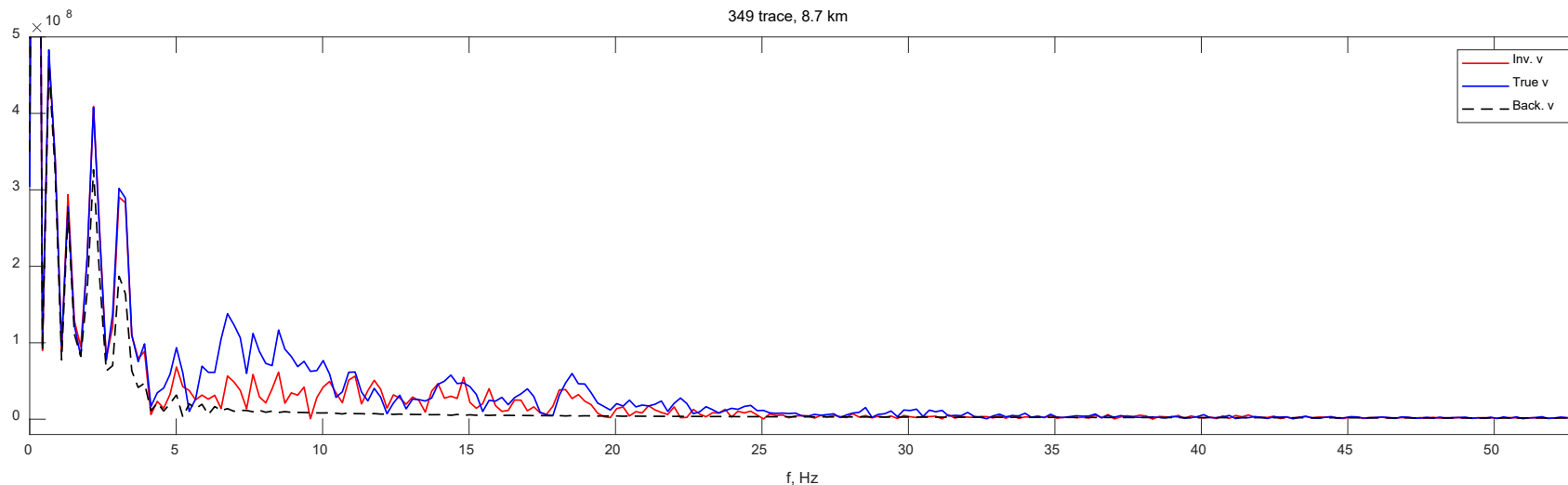
蓝色线: 真实反射系数

◆二、定量的地震波成像

◆宽带波阻抗建模结果

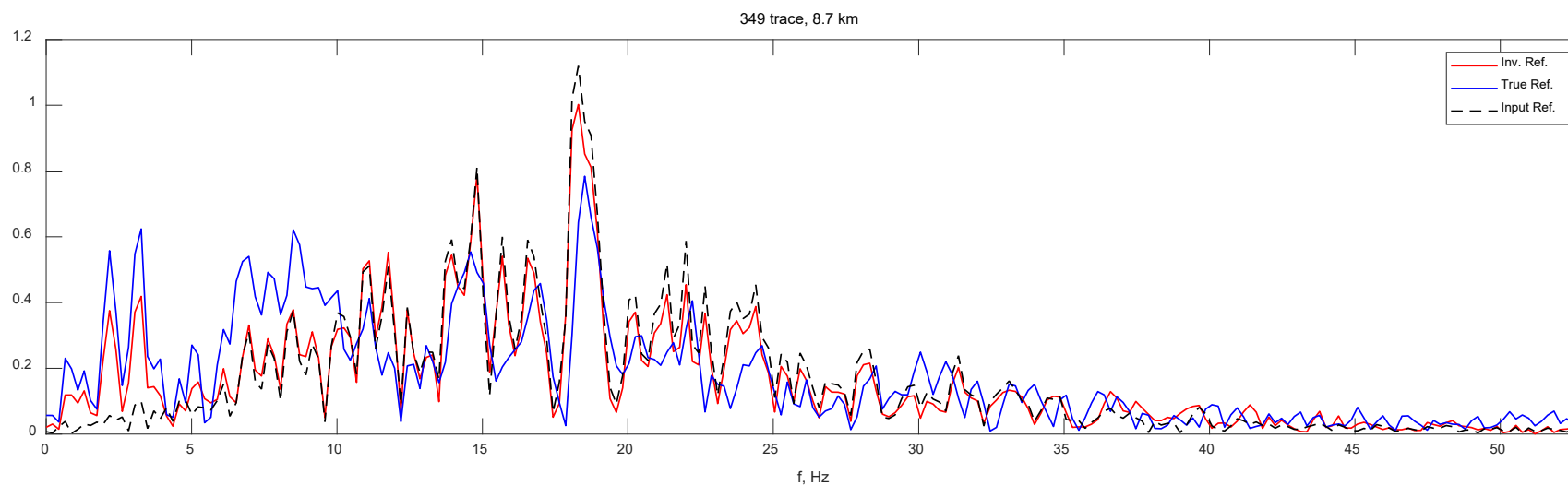
道位置: b

分辨率:
背景77.7281%,
反演87.036%,
提高了9.3079%



红色线: 反演阻抗
幅度谱;
黑色线: 背景阻抗
幅度谱;
蓝色线: 真实阻抗
幅度谱

分辨率:
背景35.917% ,
反演48.231%,
提高了12.314%

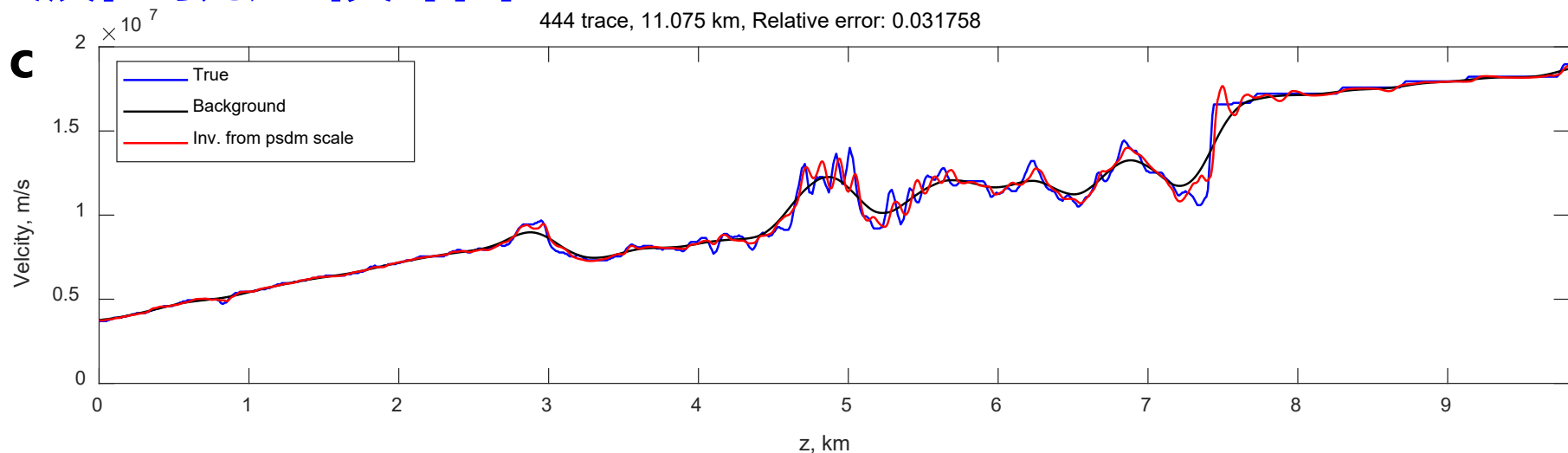


红色线: 反演反射
系数幅度谱;
黑色线: 输入反射
系数幅度谱;
蓝色线: 真实反射
系数幅度谱

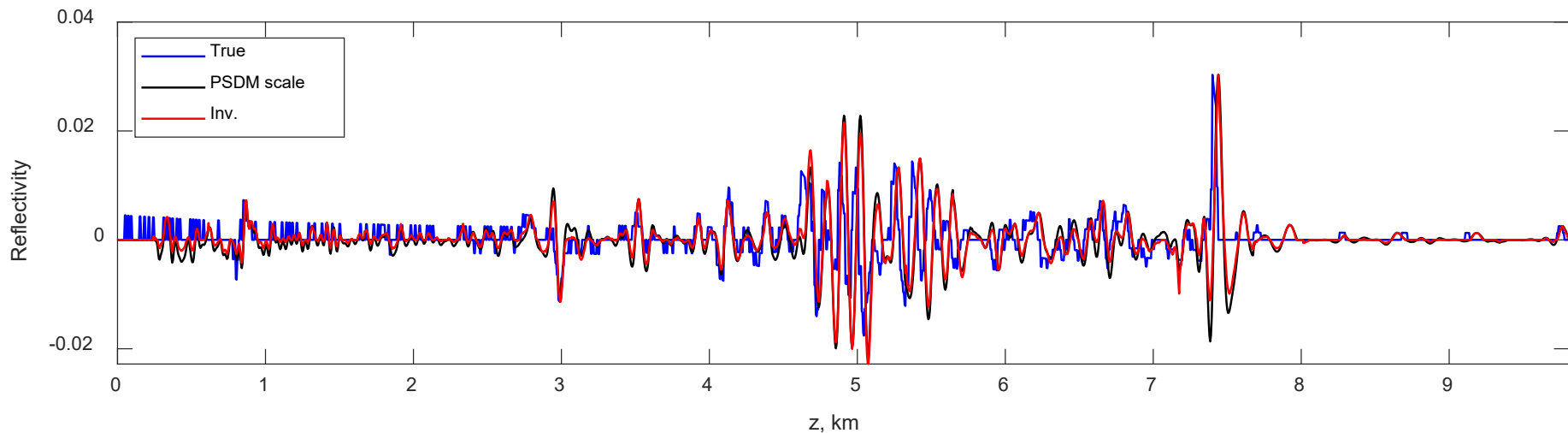
◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果

道位置: c



红色线: 反演阻抗;
黑色线: 背景阻抗;
蓝色线: 真实阻抗。



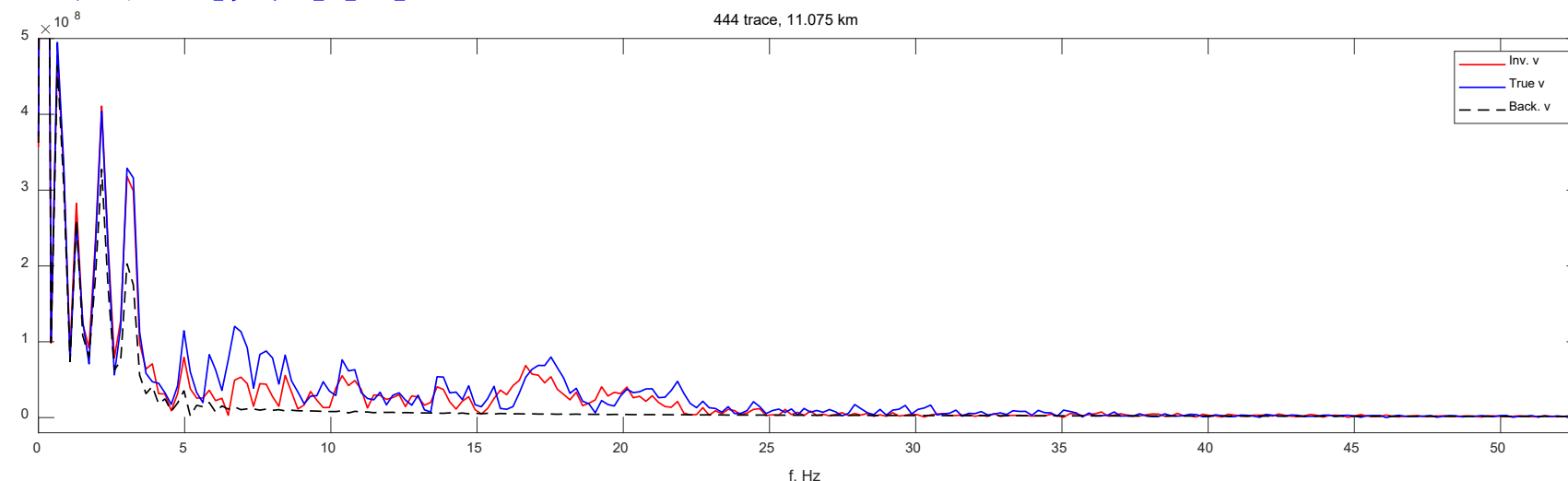
红色线: 反演反射系数;
黑色线: 输入反射系数;
蓝色线: 真实反射系数。

◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果

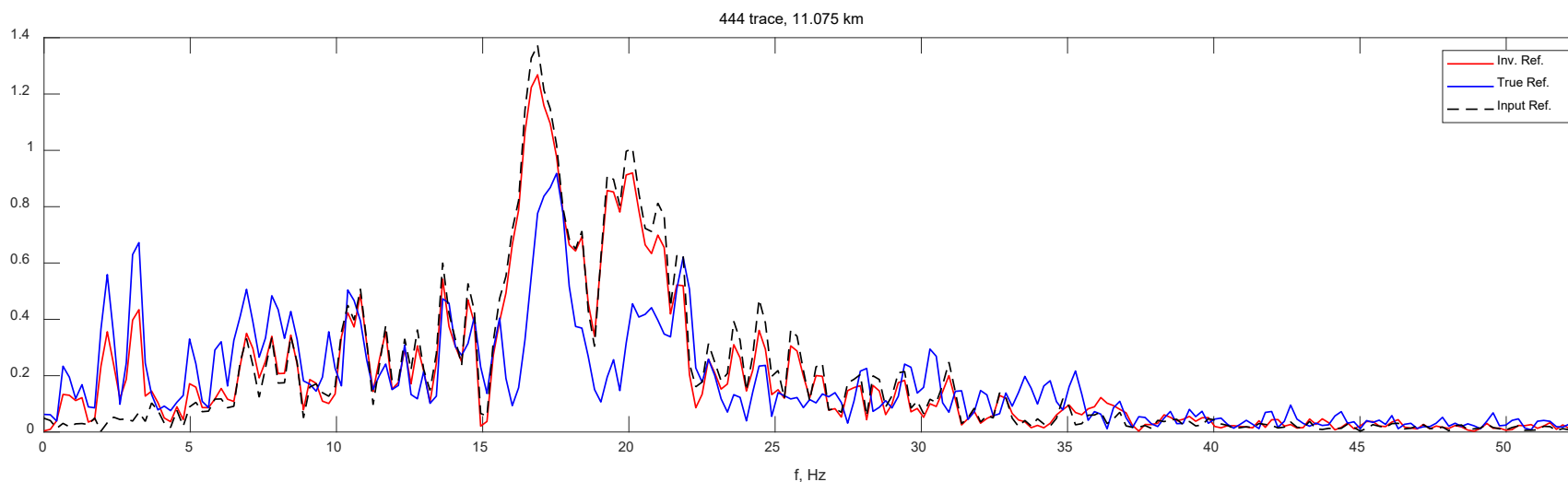
道位置：c

分辨率：
背景79.5965%，
反演89.6697%，
提高了10.0732%



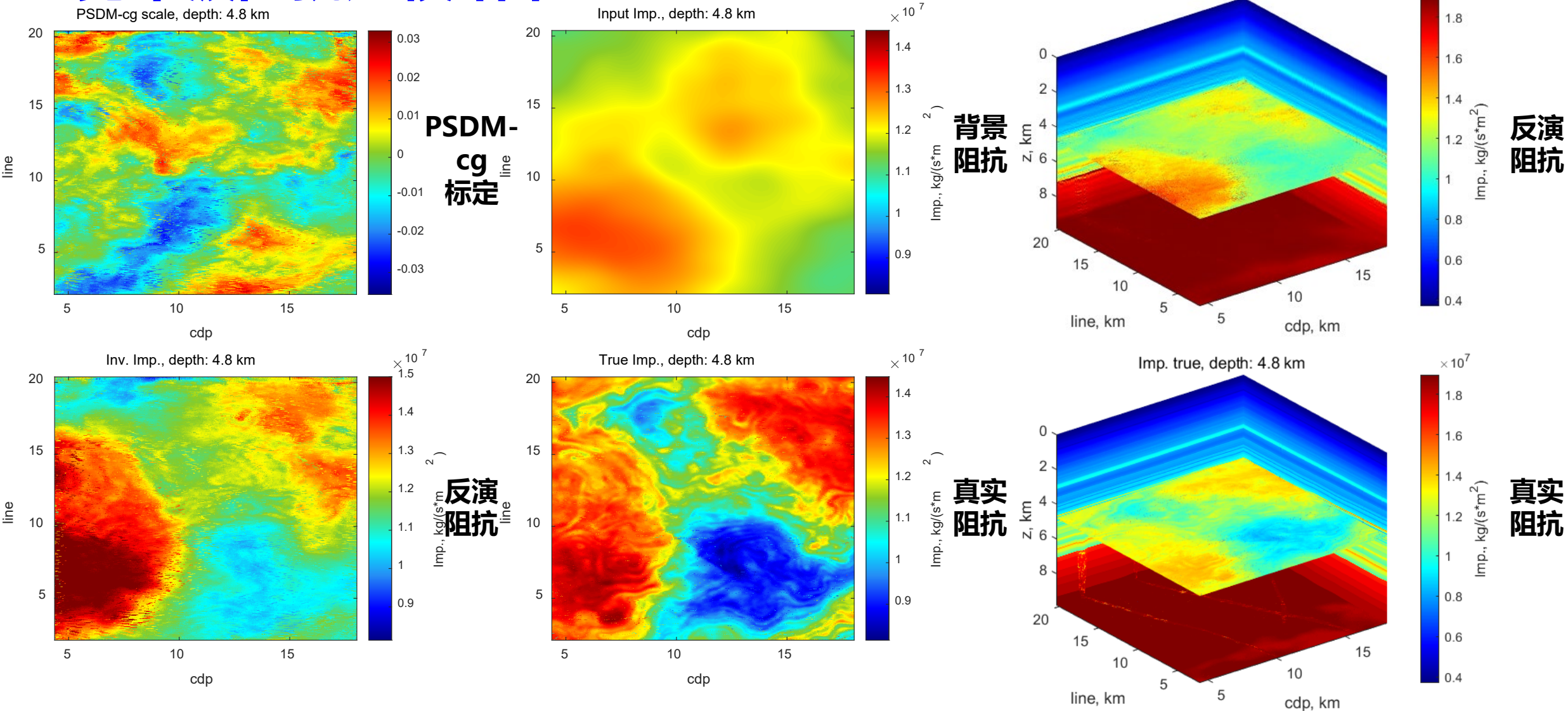
红色线：反演阻抗
幅度谱；
黑色线：背景阻抗
幅度谱；
蓝色线：真实阻抗
幅度谱。

分辨率：
背景19.7493%，
反演32.2057%，
提高了12.4563%



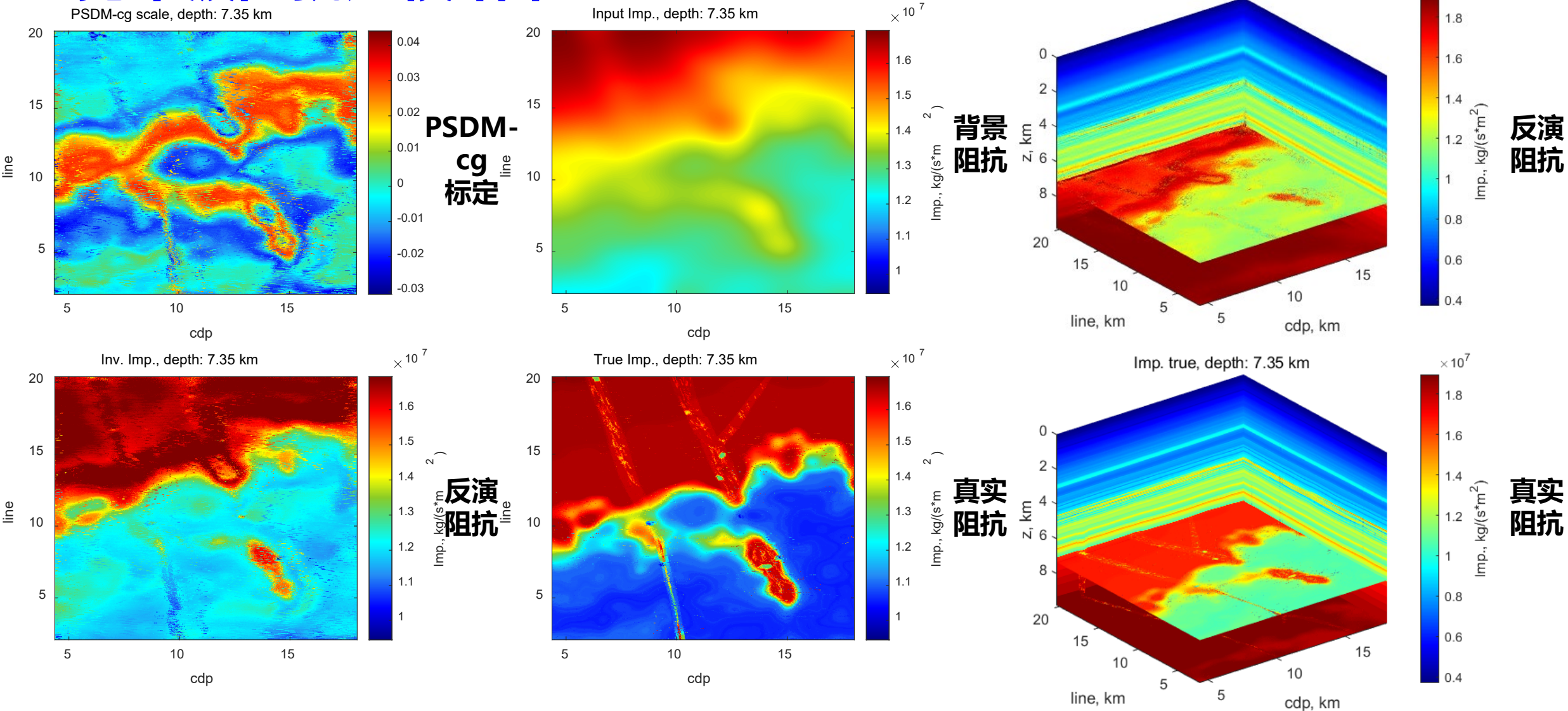
红色线：反演反射
系数幅度谱；
黑色线：输入反射
系数幅度谱；
蓝色线：真实反射
系数幅度谱。

◆ 宽带波阻抗建模结果



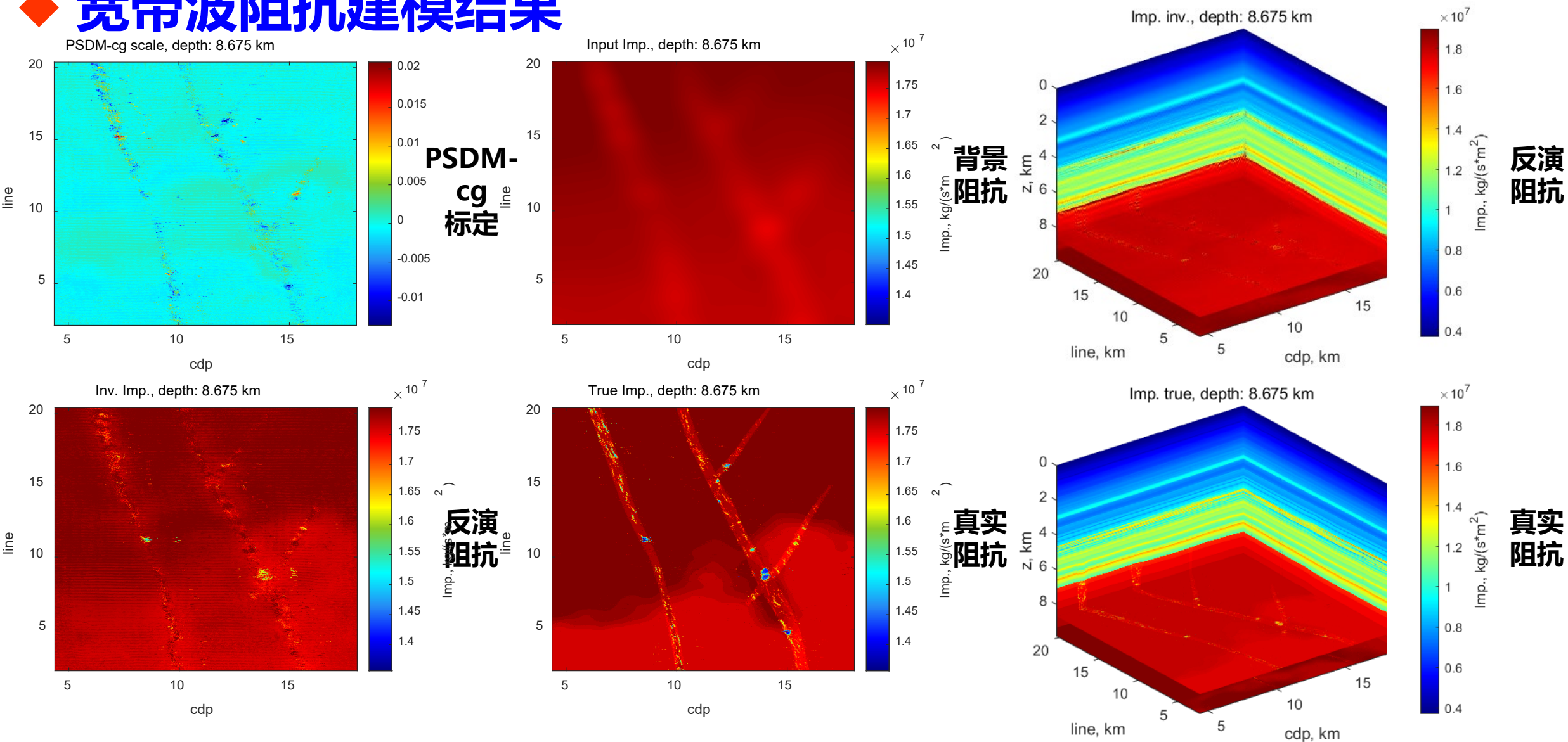
◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果



◆二、定量的地震波成像

◆ 宽带波阻抗建模结果



目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论

◆三、基于信息的地震波成像

- ◆目前已有的算法都不能很好地解决复杂介质和复杂油藏的成像及描述问题。
- ◆以算法为核心的地震波反演成像研究逐渐进入尾声。
- ◆Bayes框架下的FWI已经进入了地震波成像的**本质理论层次**，但是，FWI+LS_RTM**依然**不能满足油气工业的需求。
- ◆既然地震波反演成像总是一个信息不足的参数估计问题，**信息不足**成了高精度地震波成像的关键障碍。

◆三、基于信息的地震波成像

◆提高地震波成像精度的信息来自何处？

◆当然是：

- ◆ “两宽一高” + 高信噪比的叠前地震数据；
- ◆ 来自测井的、与地下介质参数有关的信息；
- ◆ 来自岩石物理知识的信息；
- ◆ 来自地质（构造、沉积、岩性等）知识的信息。

◆三、基于信息的地震波成像

◆宽波数带的弹性参数估计是定量地震波成像的目标

- ◆低波数带

- ◆中波带

- ◆高波数带

- ◆超高波数带

◆定量的油藏描述 “最” 需要什么宽波数带的弹性参数估计：

- ◆纵波速度

- ◆密度

- ◆波阻抗



◆三、基于信息的地震波成像

◆宽波数带的弹性参数估计首先对纵波速度进行。为什么？

- ◆这是由地下介质对弹性波传播的响应决定的。
- ◆单炮道集中，纵波透射波+反射波同相轴是主要的波现象，同相轴上地震子波的走时由纵波速度决定；振幅由波阻抗扰动决定（勘探实践表明，大多主要由速度扰动量决定）。
- ◆岩石物理表明：纵波速度与岩石物性有密切联系。纵波阻抗与岩石物性有紧密联系。
- ◆因此，宽波数带的弹性参数估计聚焦于纵波速度、密度和纵波阻抗有很强的物理基础。

◆三、基于信息的地震波成像

◆宽波数带的弹性参数估计要走向基于信息的成像，为什么？

- ◆对算法的探索已经足够充分，余地已经不多，且效果不如预期。
- ◆宽波数带的弹性参数估计本身就蕴含了信息的概念。不同波数带成分的精确估计需要的信息是不同的。
- ◆低波数带背景速度的估计，若期望进一步提高估计精度，必须引入额外信息，而不是（主要不是）靠换一个更好的算法。
 - ◆构造约束在低波数速度建模中是最重要的先验信息。
 - ◆地质、测井、岩性等先验信息都应体现在低波数带背景速度的估计中。
 - ◆目前缺乏很好的实现方法---约束优化问题的提法和解法。约束信息的提取和表达也是大问题。
- ◆中波带的弹性参数估计，没有明确的、对应的算法。目前，只是靠提升低波数带背景速度估计的精度和展宽宽带反射系数估计的精度把中波数带的参数估计问题解决掉。
 - ◆但是，很难保证解决得很好！也应该认识到，中波带的弹性参数估计的解决，非常依赖于观测数据，非常依赖于合适的先验信息。

◆三、基于信息的地震波成像

◆宽波数带的弹性参数估计要走向基于信息的成像，为什么？

◆高波数带的弹性参数估计，对应的就是宽带反射系数估计（或LS_RTM的高波数速度扰动量的估计）。

◆基本的估计精度取决于震源子波频带、背景速度精度（本质上依赖于“两宽一高”的观测）、LS_MIG算法。偏移算法重要，但不起核心作用。

◆若继续提高宽带反射系数估计精度，怎么办？

◆成像道集后处理，提高同相位叠加精度

◆展宽地震子波频带

◆引入各种先验信息，展宽反射系数的频带

◆非负约束；构造约束；稀疏约束，还有什么？井中信息如何合理地约束在宽带反射系数估计上？

◆三、基于信息的地震波成像

◆宽波数带的弹性参数估计要走向基于信息的成像，为什么？

◆超高波数带的弹性参数估计

◆目前没有相应的方法技术

◆（稀疏的、散乱点上的）井中信息似乎包含了超高波数带的弹性参数估计的信息，但是，如何施加到超高波数带的弹性参数估计过程中？

◆尤其应注意到：超高波数带的弹性参数估计是三维空间的！

目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论



◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法

◆地震勘探发展到今天，无论是地震数据的预处理或是定量的地震波成像本身，都逐渐归结为信息不足的反问题，都在解决**多信息约束下合理的反问题提法和非线性约束优化问题的求解。**

◆**信息融合的（广义）地震波成像包括如下四个方面的问题：**

- ◆首先要界定什么先验信息对哪个波数成分的反演成像是有帮助的；
 - ◆**这是最基本的！**
- ◆然后是信息的提取、表达；
- ◆接着是约束优化反演问题的合理提法；
- ◆最后是非线性约束反演问题的解法。

◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法

◆基于信息的低波数背景速度的估计

◆层速度+结构是背景速度的基本成分

◆尽管是一种认识，但这也是施加的先验信息，而且非常重要。

◆反射结构是背景速度建模的关键先验信息。

◆初始速度是背景速度建模的重要先验。

◆上述三项已经受到重视。

◆来自测井的速度、层位深度

◆有所应用

◆来自地质沉积和岩性的知识

◆基本没有得到应用



◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法

◆基于信息的宽带反射系数估计

◆稀疏

◆最常见的先验约束

◆Gauss型反射系数的期望

◆我们最近提出的、期望引入的约束

◆构造约束

◆已在应用的约束，但还有改进的余地。尤其与非线性约束优化的提法一起考虑。

◆非负约束

◆最近期望引入的约束。希望借用图像处理中常用的非负约束，提高宽带反射系数估计的精度。

◆测井与地质沉积和岩性的知识的约束

◆基本没有得到应用，如何利用这些信息？

◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法

- ◆到目前为止，我们（WPI）已经把地震波成像技术发展定位为信息融合的（广义）地震波成像。
- ◆数学上就是提一个合理的非线性约束优化问题。
- ◆事实上，信号分析、图像处理、机器学习领域的大量问题，目前都是被提成一个合理的非线性约束优化问题。
- ◆因为地震波成像计算量实在过于（相比较而言）巨大，以前主要是求解无约束优化问题。但是，要继续提升地震波成像的精度，必须转到非线性约束优化问题的求解。

◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法

◆逐渐复杂的非线性约束优化问题的提法：

◆无约束优化问题： $\mathcal{J}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \mathbf{F}^T(\mathbf{m}) \mathbf{F}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} (\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs})^T (\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs})$

◆这是FWI和LS_RTM ($\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{G}\mathbf{m}$) 求解的问题

◆Tikhonov正则化问题： $\mathcal{J}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \mathbf{F}^T(\mathbf{m}) \mathbf{F}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} (\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs})^T (\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs}) + \lambda \Omega(\mathbf{m})$

◆超参 λ 的选择并非容易的事情。

◆LASSO问题的提法： $\hat{\mathbf{m}} = \underset{\mathbf{m} \in \mathcal{M}}{\text{Argmin}} \|\mathbf{m}\|_1 \quad s.t. (\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{obs})^2 \leq \delta$

◆非常一般的非线性约束问题的提法：

$$\hat{\mathbf{m}} = \underset{\mathbf{m} \in \mathcal{M}}{\text{Argmin}} F(\mathbf{m}) \quad s.t. \mathbf{m} \in \mathbb{Q}$$

◆其中， \mathbb{Q} 代表各种先验约束规定的可行解集。

目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论

◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解

◆非常一般的非线性约束问题： $\hat{\mathbf{m}} = \underset{\mathbf{m} \in \mathcal{M}}{\text{Argmin}} F(\mathbf{m}) \quad s.t. \mathbf{m} \in \mathbb{Q}$

◆其中， \mathbb{Q} 是各种先验信息构成的可行解集。

◆一般地，先验约束信息表达为等式约束和不等式约束，上述非线性约束问题重写为：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{m}} &= \underset{\mathbf{m} \in \mathcal{M}}{\text{Argmin}} F(\mathbf{m}) \\ s.t. \quad &\begin{cases} h_i(\mathbf{m}) = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ g_j(\mathbf{m}) \geq 0, & j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \end{aligned}$$

◆上述表达方法非常一般化，基本上任何领域的非线性约束问题都可以抽象成上述形式。可以看出，这种表达形式与凸优化问题是非常一致的。期望目标函数和约束函数都是凸的，至少在局部点附近二者都是凸的。

◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解

◆约束非线性反问题（约束优化问题）的求解的基本观点：

- ◆无约束优化问题基本上就是目标函数下降意义下的梯度导引算法，“梯度方向”包括：一般的梯度方向；共轭梯度方向；Hessian逆预条件处理后的梯度方向。
- ◆无约束优化问题解存在的必要条件是：目标泛函的一阶导数等于零；充分必要条件是：目标泛函的一阶导数等于零+二阶导数大于零。
 - ◆局部解附近，目标函数是凸的、连续的、二阶导存在的、紧支撑的。
- ◆有约束非线性优化问题的求解，首先还是要理清（局部）解存在的必要和充分必要条件。我认为Lagrange条件和KTT条件较好地回答了这个问题。几何意义也很明确，基本上是无约束优化问题（局部）解存在的必要和充分必要条件的推广。尽管看起来稍微复杂一些。
- ◆Lagrange乘子法基本上就是利用目标泛函的一阶导数等于零的条件导出的。



◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解

◆约束非线性反问题（约束优化问题）的求解的基本观点：

- ◆有约束非线性优化问题的解法太多了，看书会让人晕头转向，花一年时间读书，未必能真的体会到它的真谛。
- ◆该怎么办？我认为：根本问题还是要体会千变万化的有约束非线性优化问题解法背后的本质，不能被数学家弄的复杂的表述搞糊涂了。
- ◆我认为：无论是有约束还是无约束优化，目标函数的下降是本质的要求！目标函数和约束项都局部凸是本质的要求！
- ◆如果是这样，有约束优化的任何算法设计，都脱不开总体目标函数导引下的梯度，如果总体目标函数不可导，就利用次梯度的概念。
- ◆目标函数的局部线性化+约束条件的局部线性化是导出一类增广的Lagrange乘子法的基本思想。ADMM就利用这样的做法。
- ◆另外，投影梯度法是构造算法的基本思想。只要梯度出现方向异常，就用投影算子进行校正。Split-Bregman算法、Lasso算法都体现了这样的思想。



◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解

◆约束非线性反问题（约束优化问题）的求解的基本观点：

- ◆非常有必要继续提炼有约束非线性优化问题的求解方法的思想与方法，在物理和几何思想引导下，把我们选择的问题解决好。
- ◆有约束非线性优化问题的求解绝对不是个纯数学问题，必须要与专业领域内的物理/几何理解相结合。

目录

- ◆一、概述
- ◆二、定量的地震波成像
- ◆三、基于信息的地震波成像
- ◆四、信息融合的（广义）地震波成像的提法
- ◆五、约束非线性反问题（约束优化问题）的求解
- ◆六、总结与讨论



◆六、总结与讨论

- ◆面对当前精确的储层描述和含油气性判断，**定量化的地震参数反演**是个工业界有急迫需求，理论上也存在问题的研究方向。
- ◆WPI提出的CWI (Characteristic Wave Inversion) + WBIM (Wide Band Impedance Modeling) 策略就是一种**定量化的地震成像技术路线**。
- ◆**宽带反射系数的如何量化及宽带反射系数的不确定性**是定量地震波成像的最大障碍。
- ◆即便把宽带反射系数统一到地下真实反射系数的量级，宽带反射系数的Ricker子波型特点也不能反映脉冲型反射系数的位置和幅值的不确定性。
 - ◆由Ricker子波型宽带反射系数反求宽带波阻抗，数学上是讲不通的！
 - ◆但地球物理上，只能得到Ricker子波型宽带反射系数。这也是我们为什么追求有充分的低频（“压低”旁瓣深度！），有充分的高频（“挤窄”主瓣宽度！）的根本原因。
 - ◆“压低”旁瓣深度显然更能提高WBIM的精度，“挤窄”主瓣宽度同样能提高WBIM的精度。
 - ◆理论上，若有脉冲反射系数和某一层的波阻抗，就可完全确定真的波阻抗。但实际上，这样的假设是做不到的，我们只能得到带限的反射系数。



◆六、总结与讨论

◆WPI认为：当前，宽带波阻抗建模（WBIM）就等价于信息融合的地震波成像。这不是FWI能解决的问题。

◆工程实践上，我们能做的，就是靠对实际问题的理解，设计尽可能好的实现策略，得到最佳的WBIM结果。

◆我们认为量化的地震波成像方法技术是理论与应用相统一的研究方向，是把油藏描述推进到（半）定量情形的关键基础技术。量化的地震波成像也将全方位地提升对地震数据采集和处理的技术要求。

◆量化的地震波成像必然是基于信息的成像，地震波成像问题变成求解多信息约束下的非线性优化问题不可避免。

◆非线性约束优化问题的求解是比较复杂的。但是，这是无法绕开的问题。

◆事实上，除地震波成像外，地震数据预处理的各种算法（信号分析、图像分析、ML等）都在解一个非线性约束优化问题。



谢谢
欢迎批评指正